

Київський університет імені Бориса Грінченка  
Факультет інформаційних технологій та управління

Кафедра комп'ютерних наук і математики

 «ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Проректор з науково-методичної та  
навчальної роботи  
О.Б. Жильцов  
« 11 » 09 2019 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

## АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

для студентів

спеціальності	111 Математика
освітньої програми	111.00.01 Математика
освітнього рівня	першого (бакалаврського)



Київ – 2019

**Розробники:** Радченко Сергій Петрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

**Викладачі:** Радченко Сергій Петрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук і математики Факультету інформаційних технологій та управління Київського університету імені Бориса Грінченка.

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри (циклової комісії) комп'ютерних наук і математики

Протокол від 29.08.2019 р. № 9

Завідувач кафедри О.С. Литвин (О.С. Литвин)  
(підпис)

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником освітньої програми \_\_\_\_\_)  
(назва освітньої програми)

\_\_\_\_\_. 20\_\_ р.

Керівник освітньої програми М.М. Астаф'єва (М.М. Астаф'єва)  
(підпис)

Робочу програму перевірено

\_\_\_\_\_. 20\_\_ р.

Заступник директора/декана І.Ю. Мельник (І.Ю. Мельник)  
(підпис)

**Пролонговано:**

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (ПІБ), «\_\_» 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_  
(підпис)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (ПІБ), «\_\_» 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_  
(підпис)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (ПІБ), «\_\_» 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_  
(підпис)

на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (ПІБ), «\_\_» 20\_\_ р., протокол № \_\_\_\_  
(підпис)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання	
	денна	заочна
"Алгебра і теорія чисел"		
Вид дисципліни	обов'язкова	
Загальний обсяг кредитів / годин	5/150	
Курс	2	
Семестр	3	
Кількість змістових модулів з розподілом:	3	
Обсяг кредитів	5	
Обсяг годин, в тому числі:	150	
Аудиторні	70	
Модульний контроль	12	
Семестровий контроль	30	
Самостійна робота	40	
Форма семестрового контролю	іспит	

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета**– ознайомити студентів з фундаментальними поняттями алгебри теорії чисел.

**Завдання:**

- Вивчення методів розв'язання завдань з алгебри теорії чисел.
- Формування навичок роботи з числовими системами для використання у різних задачах.
- Дослідження властивостей алгебраїчних структур методами теорії множин на базі аксіоматичного підходу.

**Завдання** полягає у формуванні теоретичних знань та практичних умінь у сфері алгебраїчних досліджень, використання отриманих знань у застосуваннях та набуття **наступних компетентностей**:

**Загальні компетентності**

**ЗК-1:** Здатність до комплексного розв'язання проблем. Здатність виявляти наукову сутність проблем у професійній сфері, знаходити адекватні шляхи щодо їх розв'язання; володіння системним, цілісним підходом до аналізу і оцінки ситуації

**ЗК-3:** Креативність. Відкритість до нових знань, ідей і технологій; здатність продукувати нестандартні ідеї, підходи, відхилятися від традиційних схем рішення проблем; здатність до новаторської діяльності

**ЗК-5:** Координація дій з іншими фахівцями. Здатність та готовність виконувати колективні проекти, брати на себе відповідальність за виконання робіт окремої групи; уміння вести дискусію, аргументовано відстоюючи свою точку зору; здатність доносити власні знання, обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу;

**ЗК-8:** Когнітивна гнучкість. Здатність здобувати нові знання, уміння та інтегрувати їх з уже наявними; самостійного освоєння нових методів дослідження, зміни наукового й виробничого профілю своєї діяльності.

**ЗК-10:** Складання суджень і ухвалення рішень. Спроможність орієнтуватися у різних поглядах на проблему, формувати власну думку; уміти формулювати задачу, аргументовано обирати оптимальні шляхи розв'язання, аналізувати й осмислювати отриманий розв'язок.

### **Фахові компетентності**

**ФК-1:** Здатність до ефективної реалізації себе як фахівця з алгебраїчних наук в інформаційному суспільстві; оцінки, аналізу та ефективного використання методів, технологій та інструментарію алгебри в усіх сферах суспільного життя; розуміння основних напрямків подальшого розвитку алгебраїчної науки.

**ФК-6:** Здатність до побудови алгебраїчних моделей із застосуванням відповідних концепцій, методів і засобів загальної алгебри для розв'язання практичних завдань.

## **3. Результати навчання за дисципліною**

**У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен**

**знати:**

- основні поняття і визначення алгебри та теорії чисел;
- принципи побудови алгебраїчних структур;
- класифікацію типів алгебраїчних структур та їх властивостей;
- властивості алгебраїчних операцій в різноманітних алгебраїчних структурах та множинах;
- основні теореми про властивості груп;

**вміти:**

- досліджувати властивості скінченних та нескінченних груп;
- розв'язувати вправи з поліномами та їх застосуваннями;
- досліджувати властивості групових операцій на конкретних носіях;

- встановлювати гомоморфні та ізоморфні відображення групових структур;
- обчислювати найбільший спільний дільник чисел та поліномів;
- виконувати алгебраїчні операції з комплексними числами.

та досягти наступних **програмних результатів навчання**:

- **ПРз-6:** знання основних теоретичних положень лінійної алгебри, вміння аналізувати зміст, форму та коло застосувань кожного факту теорії; методи застосування основних результатів лінійної алгебри у суміжних дисциплінах; застосування алгоритмічного підходу до розв'язання алгебраїчних задач, де це можливо за їх змістом.
- **ПРу-3:** будувати алгебраїчні моделі конкретних задач, що є найбільш ефективними для застосування у сучасному інформаційному світі.
- **ПРу-5:** обирати і застосовувати відповідні типові аналітичні, розрахункові та експериментальні методи в алгебраїчній інтерпретації при розв'язанні професійних задач, вміти точно інтерпретувати результати.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

##### Тематичний план для денної форми навчання

Назви змістових модулів і тем	Розподіл годин між видами робіт				
	Усього	Аудиторна:			
		л.	пр.	М.К .	с.р.
Модуль 1					
Змістовий модуль 1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел					
Тема 1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел.	13	4	4		5
Тема 2. Поліноми, подільність поліномів.	15	4	4	2	5
Тема 3. Комплексні числа.	19	4	8	2	5
Разом за змістовим модулем 1	47	12	16	4	15
Змістовий модуль 2. Алгебраїчні структури					
Тема 4. Елементи теорії множин.	13	4	4		5
Тема 5. Алгебри. Групи.	17	4	6	2	5
Тема 6. Відображення груп.	15	4	4	2	5

<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>45</b>	<b>12</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>15</b>
<b>Змістовий модуль 3. Кільця, поля</b>					
Тема 7. Кільця над числовими множинами.	13	4	4		5
Тема 8. Фактор-кільця та ідеали.	15	4	4	2	5
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>10</b>
<b>Семестровий контроль</b>	<b>30</b>				
<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>32</b>	<b>38</b>	<b>10</b>	<b>40</b>

## 5. Програма навчальної дисципліни

### Змістовий модуль 1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел.

#### **Тема 1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел.**

Поняття множини. Аксиоми Пеано. Аксиоматичне означення методу математичної індукції. Алгебраїчні операції на множині натуральних чисел. Відношення порядку множини натуральних чисел. Класи еквівалентності у множині раціональних чисел. Подільність у множині цілих чисел. Алгоритм Евкліда. Основна теорема арифметики.

#### **Тема 2. Поліноми, подільність поліномів.**

Поняття поліному з алгебраїчної точки зору. Зв'язок поняття алгебраїчного поліному над полем дійсних чисел та поліному як функції. Єдиність подання дійсних функцій у вигляді поліномів над полем дійсних чисел.

Означення основних операцій з поліномами. Замкненість операцій з поліномами. Проблема ділення поліномів. Теорема про ділення поліномів з остачею. Алгоритм ділення поліномів з остачею. Поняття єдиності ділення з остачею у множині поліномів. Приклади ділення поліномів з остачею. Перевірка множенням результату ділення поліномів з остачею.

Означення спільного дільника двох поліномів. Означення найбільшого спільного дільника двох поліномів. Узагальнення алгоритму Евкліда знаходження найбільшого спільного дільника цілих чисел на кільце поліномів. Алгоритм знаходження найбільшого спільного дільника двох поліномів (алгоритм Евкліда).

#### **Тема 3. Комплексні числа.**

Означення комплексного числа. Множина упорядкованих пар дійсних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Еквівалентність множини упорядкованих пар дійсних чисел та множини комплексних чисел, заданих у алгебраїчній формі.

Алгебраїчні операції з комплексними числами. Кільце комплексних чисел. Основні властивості. Спряжені комплексні числа.

Різні форми представлення комплексних чисел. Тригонометрична форма комплексного числа. Обчислення цілих ступенів комплексних чисел. Добування всіх коренів довільного ступеня з комплексного числа. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Формула Муавра.

## **Змістовий модуль 2. Алгебраїчні структури.**

### **Тема 4. Елементи теорії множин.**

Множина. Відношення належності. Підмножина. Рівність множин. Про способи задання множин. Універсум. Основні операції з множинами: перетин, об'єднання, різниця, доповнення, симетрична різниця. Порожня множина. Основні властивості операцій з множинами. Алгебра Кантора. Декартів добуток множин.

### **Тема 5. Алгебри. Групи.**

Алгебри. Алгебраїчна операція (внутрішній закон композиції). Основні властивості алгебраїчних операцій. Обернені операції.

Приклади алгебр. Основні властивості алгебраїчних операцій. Закон композиції. Приклади груп. Властивості груп.

Напівгрупи. Моноїди. Групи. Циклічні групи. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа і наслідки з неї.

### **Тема 6. Відображення груп.**

Гомоморфізми груп. Конгруенції. Нормальні підгрупи. Факторгрупи. Теорема про гомоморфізм. Теорема про відповідність груп при епіморфізмі.

Приклади нормальних підгруп. Особливості дослідження нормальних підгруп. Властивості групової операції скінченної групи.

## **Змістовий модуль 3. Кільця, поля.**

### **Тема 7. Кільця над числовими множинами.**

Означення кільця. Приклади числових кілець. Типи кілець. Властивості кілець. Асоціативні кільця. Комутативні кільця. Кільця з одиницею. Дільники нуля. Область цілісності.

### **Тема 8. Фактор-кільця та ідеали.**

Кільця лишків, Теорема Ейлера, мала теорема Ферма. Мультиплікативна група кільця лишків за модулем  $n$ . Приклади груп лишків. Основні властивості груп лишків. Ознаки подільності. Порівняння по натуральному модулю. Системи лишків. Повна система лишків.

## **6. Контроль навчальних досягнень**

### **6.1 Система оцінювання навчальних досягнень студентів**

№ з/п	Вид діяльності студента	Макс. кількість балів за одиницю	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	
			Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид	Кільк. одиниць до розрахунку	Макс. кількість балів за вид
1	Відвідування лекцій	1	8	8	8	8	4	4
2	Відвідування практичних занять	1	8	8	10	10	4	4
3	Виконання завдань для самостійної роботи	5	1	5	1	5	1	5

4	Робота на практичних (семінарських) заняттях	10	8	80	10	100	4	40
5	Виконання модульної контрольної роботи	25	2	50	2	50	1	25
	Разом	-	-	151	-	173	-	78
Максимальна кількість балів: 402								
Розрахунковий коефіцієнт: 0,149								

### 6.2 Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
<b>Змістовий модуль 1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел</b>		<b>15</b>	<b>5</b>
1	Знаходження найбільших спільних дільників двох або більше чисел. Розклад числа на прості дільники за основною теоремою арифметики.	5	2
2	Ділення поліномів. Знаходження найбільших спільних дільників поліномів. Розклад поліному на незвідні поліноми.	5	2
3	Знаходження суми, добутку, різниці та частки двох комплексних чисел. Степені комплексних чисел. Формула Муавра. Корені з комплексних чисел.	5	1
<b>Змістовий модуль 2. Алгебраїчні структури</b>		<b>15</b>	<b>5</b>
4	Знаходження суми, добутку, різниці та частки двох комплексних чисел. Степені комплексних чисел. Формула Муавра. Корені з комплексних чисел.	5	1
5	Побудова ізоморфізму адитивної групи цілих чисел та мультиплікативної групи додатних раціональних чисел за допомогою логарифмічної функції.	5	2
6	Відображення числових множин в математичному аналізі. Відображення точкових множин в геометрії. Приклади взаємно-однозначного відображення. Приклади сюр'єктивного відображення. Гомоморфізм та ізоморфізм груп.	5	2
<b>Змістовий модуль 3. Кільця, поля</b>		<b>10</b>	<b>5</b>
7	Дослідження будови числових кілець. Кільця із заданими типами операцій.	5	2
8	Відображення числових кілець. Фактор-кільця та ідеали над числовими	5	3



№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Бали
	множинами.		
	Разом	40	15

### **6.3 Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання.**

Письмово, макс. оцінка - 25 балів, кожне завдання оцінюється в залежності від складності.

### **6.4 Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання.**

Письмово, макс. оцінка - 40 балів, 4 завдання оцінюються по 10 балів кожне.

### **6.5 Орієнтовний перелік питань для семестрового контролю.**

Подільність в кільці  $Z$  цілих чисел. Властивості. Теорема про ділення з остачею

Найбільший спільний дільник двох цілих чисел. Властивості НСД двох цілих чисел. Алгоритм Евкліда. Теорема про лінійне представлення НСД двох цілих чисел

Взаємно прості числа. Їх властивості. Критерій взаємної простоти двох цілих чисел.

Найменше спільне кратне двох цілих чисел. Теорема про обчислення НСК двох цілих чисел

Прості та складені числа. Властивості простих чисел. Теорема Евкліда про нескінченність множини простих чисел

Основна теорема арифметики. Теореми про дільника про НСД і НСК двох цілих чисел, записаних в канонічній формі

Означення конгруенції. Твердження, еквівалентні означенню. Властивості конгруенцій

Класи лишків за модулем. Властивості. Кільце класів лишків

Дільники нуля і дільники одиниці кільця цілих чисел. Мультиплікативна група дільників одиниці

Характеристика кільця з одиницею. Ідеали кільця. Означення, критерій ідеалу. Приклади. Операції над ідеалами.

Класи лишків кільця за ідеалом. Приклади. Властивості

Фактор-кільце. Зв'язок між класами лишків кільця цілих чисел за ідеалом  $I$  та класами лишків кільця цілих чисел за модулем  $m$ . Гомоморфізми кілець. Властивості. Приклади. Основна теорема про гомоморфізми кілець

Група. Означення, властивості. Приклади. Симетрична група підстановок  $S_n$ .

Циклічні групи. Порядок елемента. Властивості циклічних груп. Теореми про ізоморфізм циклічних груп. Суміжні класи групи за підгрупою. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.

Нормальна підгрупа. Приклади. Критерій нормальної підгрупи. Властивості.

Фактор-група групи за нормальною підгрупою.

Означення та властивості гомоморфізму груп. Ядро гомоморфізму двох груп.

### 6.6 Шкала відповідності оцінок

Оцінка	Кількість балів
Відмінно	100-90
Дуже добре	82-89
Добре	75-81
Задовільно	69-74
Достатньо	60-68
Незадовільно	0-59

## 7. Навчально-методична картка дисципліни

Примітка: оцінювання результатів самостійної роботи здійснюють у ході письмового опитування теорії та виконання модульної контрольної роботи.

Модулі (назви, бали)	1. Множини натуральних, цілих та раціональних чисел(151 бал)			2. Алгебраїчні структури(173 балів)			3. Кільця, поля(78 балів)	
Теми	1	2	3	4	5	6	7	8
Лекції (теми, бали)	Множини натуральних, цілих та раціональних чисел (2 бали)	Поліноми, подільність поліномів(2 бали)	Комплексні числа (4 бали)	Елементи теорії множин (2 бали)	Алгебри. Групи (4 бали)	Відображення груп (2 бали)	Кільця над числовими множинами (2 бали)	Фактор-кільця та ідеали (2 бали)
Практичні заняття (теми, бали)	Використання методу математичної індукції на множині натуральних чисел (22 бали)	Подільність поліномів. Знаходження НСД поліномів (22 бали)	Знаходження суми, добутку, різниці та частки двох комплексних чисел. Формула Муавра. Корені з комплексних чисел (44 бали)	Знаходження суми, добутку, різниці та частки двох комплексних чисел. Степені комплексних чисел. Формула Муавра. Корені з комплексних чисел (33 бали)	Побудова ізоморфізму адитивної групи цілих чисел та мультиплікативної групи додатних раціональних чисел за допомогою логарифмічної функції (44 бали)	Побудова фактор-груп циклічних та абелевих груп (33 бали)	Дослідження будови числових кілець. Кільця із заданими типами операцій (22 бали)	Відображення числових кілець. Фактор-кільця та ідеали над числовими множинами (22 бали)
Самостійна робота	Самостійна робота (5 балів)			Самостійна робота (5 балів)			Самостійна робота (5 балів)	
Поточний контроль (вид, бали)	Модульні контрольні роботи 1-2(50 балів)			Модульні контрольні роботи 3-4(50 балів)			Модульна контрольна робота 5(25 балів)	
Підсумковий контроль (вид, бали)	Екзамен (40 балів)							

## 8. Рекомендовані джерела

### Основна:

1. Авдєєва, Т. В. Алгебра. Основи алгебраїчних структур [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Т. В. Авдєєва, В. М. Горбачук ; НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 1,28 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 80 с.  
[http://kmf.kpi.ua/fileadmin/kmf.ntu-kpi.kiev.ua/Metod/Method/FMF/2.\\_Zagalna\\_Algebra.pdf](http://kmf.kpi.ua/fileadmin/kmf.ntu-kpi.kiev.ua/Metod/Method/FMF/2._Zagalna_Algebra.pdf)
2. Андрійчук В.І., Забавський Б.В. Алгебра і теорія чисел // -Львів. -2005.
3. Завало С. Т., Алгебра і теорія чисел : [в 2-х ч.] : підручник для студ. фіз.-мат. фак. пед. ін-тів / С. Т. Завало, В. М. Костарчук, Б. І. Хацет., Київ : Вища школа, 1974.
4. Завало С.Т. та ін. Алгебра і теорія чисел: Практикум. Частина 2. – К.: Вища шк., 1986. – 264 с.

### Додаткова:

5. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. – М.: Мир, 1979.